

**Автономная некоммерческая организация профессионального образования
«ПЕРМСКИЙ ГУМАНИТАРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»
(АНО ПО «ПГТК»)**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ
МДК 02.05. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

для специальности

09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением
(код и наименование специальности)

Квалификация выпускника

Программист

Форма обучения

Очная

Пермь 2026

Методические рекомендации по выполнению практических работ МДК 02.05. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ составлен в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением (утвержден приказом Министерства Просвещения Российской Федерации от 24 февраля 2025 г. N 138).

Данные методические рекомендации помогут организовать самостоятельную деятельность студентов на основе деятельного и компетентного подходов к обучению, что соответствует ФГОС СПО по специальности 09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением.

Автор – составитель: Могильникова Н.С., старший преподаватель.

Методические рекомендации по выполнению практических работ рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математических и естественно-научных дисциплин, протокол, № 01 от 04.02.2026.

Методические рекомендации по выполнению практических работ предназначен для оценивания достижений запланированных результатов по дисциплине МДК 02.05. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ. Методические рекомендации по выполнению практических работ представляет собой комплект материалов для проведения практических занятий (в форме практической подготовки) и осуществления контроля за выполнением работ.

Методические рекомендации по выполнению практических работ позволяет оценивать:

Код ОК, ПК	Уметь	Знать	Владеть навыками
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;	распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте, анализировать и выделять её составные части определять этапы решения задачи, составлять план действия, реализовывать составленный план, определять необходимые ресурсы выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах оценивать результат и последствия своих действий (самостоятельно или с помощью наставника)	актуальный профессиональный и социальный контекст, в котором приходится работать и жить структура плана для решения задач, алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях основные источники информации и ресурсы для решения задач и/или проблем в профессиональном и/или социальном контексте методы работы в профессиональной и смежных сферах порядок оценки результатов решения задач профессиональной деятельности	
ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;	определять задачи для поиска информации, планировать процесс поиска, выбирать необходимые источники информации выделять наиболее значимое в перечне информации, структурировать получаемую информацию, оформлять результаты поиска оценивать практическую	номенклатура информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности приемы структурирования информации формат оформления результатов поиска информации современные средства и устройства информатизации, порядок их применения	

	<p>значимость результатов поиска</p> <p>применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач</p> <p>использовать современное программное обеспечение в профессиональной деятельности</p> <p>использовать различные цифровые средства для решения профессиональных задач</p>	<p>программное обеспечение в профессиональной деятельности, в том числе цифровые средства</p> <p>психологические основы деятельности коллектива</p>	
<p>ОК 05</p> <p>Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;</p>	<p>грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке</p> <p>проявлять толерантность в рабочем коллективе</p>	<p>правила построения устных сообщений</p> <p>особенности социального и культурного контекста</p>	
<p>ОК 09</p> <p>Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.</p>	<p>понимать общий смысл четко произнесенных высказываний на известные темы (профессиональные и бытовые), понимать тексты на базовые профессиональные темы</p> <p>участвовать в диалогах на знакомые общие и профессиональные темы</p> <p>строить простые высказывания о себе и о своей профессиональной деятельности</p> <p>кратко обосновывать и объяснять свои действия (текущие и планируемые)</p> <p>писать простые связные сообщения на</p>	<p>правила построения простых и сложных предложений на профессиональные темы</p> <p>основные общеупотребительные глаголы (бытовая и профессиональная лексика)</p> <p>лексический минимум, относящийся к описанию предметов, средств и процессов профессиональной деятельности</p> <p>особенности произношения</p> <p>правила чтения текстов профессиональной направленности</p>	

	знакомые или интересующие профессиональные темы		
ПК. 2.1 Проектировать модули программного обеспечения.	проектировать модули, соответствующие бизнес-задачам. создавать архитектурные диаграммы и документацию. определять структуру и интерфейсы модулей анализировать требования к модулю и определять его функциональность проектировать архитектуру модуля, включая выбор подходящих паттернов проектирования и структуры данных создавать диаграммы классов, последовательностей и прочих диаграмм для визуализации проектируемого модуля выбирать подходящие языки программирования и технологии для реализации модуля проектировать интерфейсы программного обеспечения для взаимодействия с другими модулями и системами учитывать требования к масштабируемости, производительности и безопасности при проектировании модуля проводить анализ и оптимизацию проектируемого модуля для повышения его эффективности и качества	основные принципы проектирования модулей программного обеспечения языки программирования и технологии для реализации модулей паттерны проектирования и структуры данных для создания эффективных и масштабируемых модулей методы анализа требований и способов определения функциональности модуля принципы создания интерфейсов для взаимодействия с другими модулями и системами принципы обеспечения безопасности, производительности и масштабируемости при проектировании модулей методы анализа и оптимизации проектируемых модулей для повышения их эффективности и качества	проектирования модулей ПО с учетом требований заказчика. создания архитектурных диаграмм и спецификаций модулей. определения интерфейсов и взаимодействия модулей в системе.

<p>ПК. 2.2</p> <p>Разрабатывать модули программного обеспечения.</p>	<p>разрабатывать модули программного обеспечения с использованием различных языков программирования и технологий</p> <p>применять паттерны проектирования и структуры данных для создания эффективных и масштабируемых модулей</p> <p>анализировать требования и определять функциональность модуля</p> <p>создавать интерфейсы для взаимодействия с другими модулями и системами</p> <p>обеспечивать безопасность, производительность и масштабируемость при разработке модулей</p> <p>оптимизировать проектируемые модули для повышения их эффективности и качества</p> <p>работать с системой контроля версий</p> <p>улучшать производительность модулей, выявляя и устраняя узкие места</p> <p>проводить анализ и мониторинг производительности приложений</p> <p>применять инструменты для рефакторинга и оптимизации программного кода</p>	<p>язык программирования, основные конструкции, синтаксис</p> <p>паттерны проектирования</p> <p>структуры данных</p> <p>принципы создания интерфейсов для взаимодействия с другими модулями и системами, таких как REST API, SOAP</p> <p>работа с инструментальным программным обеспечением</p> <p>методы оптимизации кода и алгоритмов</p> <p>эффективные алгоритмы и структуры данных для повышения производительности</p> <p>многопоточность в программных модулях</p> <p>методы оптимизации сетевых протоколов для ускорения обмена данными</p> <p>кэширование данных</p> <p>управление памятью</p> <p>техники повышения производительности</p> <p>программного обеспечения</p>	<p>создание модулей программного обеспечения на различных языках программирования</p> <p>отладки и тестирования</p> <p>разработанных модулей</p> <p>применение структурного и объектно-ориентированного программирования</p> <p>оптимизации кода и алгоритмов</p> <p>программных модулей для увеличения производительности</p> <p>мониторинга и анализа</p> <p>производительности приложений</p>
<p>ПК. 2.3</p> <p>Выполнять интеграцию модулей и компонентов программного обеспечения.</p>	<p>интегрировать модули и компоненты, обеспечивая их взаимодействие</p> <p>работать с API и устанавливать соединения между компонентами</p>	<p>общих принципов функционирования аппаратных, программных и программно-аппаратных средств</p> <p>администрируемой информационно-коммуникационной системы</p>	<p>интеграции программных модулей и компонентов в единое программное решение</p> <p>работы с API и веб-сервисами для взаимодействия между модулями</p>

	отслеживать и устранять конфликты и ошибки интеграции анализировать и определять зависимости между модулями и компонентами работать с различными форматами данных и протоколами передачи данных	международных стандартов локальных вычислительных сетей методы и подходы к интеграции модулей и компонентов принципы версионирования и управления изменениями при интеграции принципы безопасности при интеграции модулей и компонентов	работы с интеграционными платформами и инструментами обеспечения совместимости и стабильности системы
ПК. 2.4 Выполнять тестирование и отладку программного обеспечения.	анализировать требования к программному обеспечению и составлять планы тестирования. создавать тестовые сценарии и тест-кейсы для проверки функциональности и соответствия требованиям. выполнять тестирование программного обеспечения вручную и автоматизировать процесс тестирования. анализировать результаты тестирования и документировать найденные ошибки. разрабатывать стратегии отладки и исправлять ошибки в программном обеспечении. выполнять модульные тесты с использованием инструментов тестирования, в том числе автоматизированного тестирования использовать системы контроля дефектов ПО составлять отчет о выполнении тестирования ПО	принципы и методы тестирования программного обеспечения. основы программирования и архитектуры программного обеспечения. основы баз данных и SQL-запросов. инструменты для автоматизации тестирования основы разработки и отладки программного обеспечения на разных языках программирования понятие дефекта программного обеспечения критерии качества ПО виды и типы тестирования ПО техники ручного тестирования техники автоматизированного тестирования жизненный цикл дефекта ПО принципы работы в системе контроля дефектов основные понятия о качестве ПО	отладки программного обеспечения на уровне программных модулей тестирования программного обеспечения формирования тестовых сценариев подготовки тестовых платформ (установка операционной системы, дополнительного ПО и другого по необходимости) оценки объема тестирования ПО с целью определения необходимых ресурсов для его выполнения настройки тестовой среды и аппаратных средств для выполнения тестирования ПО в соответствии с заданием на тестирование в пределах своей компетенции формирования и представления отчетности о подготовке к выполнению задания на тестирование ПО в соответствии с установленными регламентами

			выполнения тестовых процедур на тестовых данных
ПК. 2.5 Осуществлять документирование программных модулей программного обеспечения.	описывать функциональность модулей в документации создавать диаграммы для иллюстрации работы модулей программировать с использованием комментариев для документирования кода использовать специальные метки/теги для отметки важных частей кода в документации вести журнал изменений и фиксировать обновления программных модулей разбивать модули на логические блоки и описывать каждый блок отдельно включать в документацию особенности модулей, такие как ограничения, уязвимости или оптимальные настройки проводить регулярное обновление документации при изменении модулей или добавлении нового функционала.	стандарты технической документации принципы документирования программного обеспечения инструменты для создания технической документации и комментирования кода	создания технической документации для модулей документирования кода, API и интерфейсов работы со специализированным ПО по документированию программного кода

В результате текущей аттестации по МДК 02.05. Численные методы осуществляется проверка сформированности умений и знаний, направленных на формирование соответствующих ФГОС СПО общих и профессиональных компетенций.

Перечень практических занятий:

1. Вычисление погрешностей результатов арифметических действий над приближёнными числами. Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом половинного деления и методом итераций.
2. Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методами хорд и касательных.
3. Решение систем линейных уравнений приближёнными методами.

4. Составление интерполяционных формул Лагранжа, Ньютона, нахождение интерполяционных многочленов сплайнами.
5. Вычисление интегралов методами численного интегрирования.
6. Применение численных методов для решения дифференциальных уравнений.

Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины

Вариант 1

1. Определить какое из равенств $\frac{7}{3} = 2,33$; $\sqrt{42} = 6,48$ точнее.
2. Округлить сомнительные цифры числа $3,4852 \pm 0,0047$, оставив верные знаки:
 - а) в узком смысле;
 - б) в широком смысле.
 Определить предельные абсолютную и относительную погрешности результата.
3. Найти предельные абсолютную и относительную погрешности числа 245,67, если он имеет только верные цифры: 1) в узком смысле; 2) в широком смысле.
4. Вычислить и определить предельные абсолютную и относительную погрешности результата. Исходное выражение, $X = \frac{m \cdot [a - b]^2}{c^3}$, где $a = 5,14 \pm 0,005$, $b = 2,44 \pm 0,006$, $c = 7,2 \pm 0,07$, $m = 7,8 \pm 0,05$.
5. Вычислить и определить предельные абсолютную и относительную погрешности результата, пользуясь общей формулой погрешности: 1) в узком смысле; 2) в широком смысле. Исходное выражение, $X = \frac{\lg m \cdot \sqrt{a + \sqrt{b}}}{(c - a)^2}$, где $a = 5,14 \pm 0,005$, $b = 2,44 \pm 0,006$, $c = 7,2 \pm 0,07$, $m = 7,8 \pm 0,05$.

Вариант 2

1. Определить какое из равенств $2\frac{1}{29} = 0,724$; $\sqrt{83} = 9,11$ точнее.
2. Округлить сомнительные цифры числа $0,48652 \pm 0,0089$, оставив верные знаки:
 - а) в узком смысле;
 - б) в широком смысле.
 Определить предельные абсолютную и относительную погрешности результата.
3. Найти предельные абсолютную и относительную погрешности числа 2,6087, если он имеет только верные цифры: 1) в узком смысле; 2) в широком смысле.
4. Вычислить и определить предельные абсолютную и относительную погрешности результата. Исходное выражение, $X = \frac{m \cdot [a + b]^2}{\sqrt[3]{c^2}}$, где $a = 3,85 \pm 0,01$, $b = 20,18 \pm 0,002$, $c = 2,04 \pm 0,01$, $m = 7,2 \pm 0,07$.
5. Вычислить и определить предельные абсолютную и относительную погрешности результата, пользуясь общей формулой погрешности: 1) в узком

смысле; 2) в широком смысле. Исходное выражение, $X = \frac{m \cdot [a + b]^2}{\sqrt[3]{c^2}}$, где $a = 3,85 \pm 0,01$, $b = 20,18 \pm 0,002$, $c = 2,04 \pm 0,01$, $m = 7,2 \pm 0,07$.

Вариант 1

1. Как оформляются вычисления со строгим учетом предельных погрешностей при пооперационном учете ошибок?
2. Произведите указанные действия и определите абсолютные и относительные погрешности результатов:
 - a) $24,1 - 0,037$;
 - б) $24,1 + 1,038$;
 - в) $0,65 \cdot 19,84$
 - г) $8124,6 / 2,8$
3. Исходные значения аргумента заданы цифрами, верными в строгом смысле. Произведите вычисления и определите число верных в строгом смысле цифр в следующих значениях элементарных функций:
 - a) $\arctg(8,45)$;
 - б) $e^{2,01}$
4. Вычислите значения заданных выражений по правилам подсчета цифр двумя способами:
 - 1) С пооперационным анализом результатов;
 - 2) С итоговой оценкой окончательного результата (у числовых данных все цифры верные):
 - a) $\frac{\sqrt[3]{26,77}}{e^{3,95} - 7,08^2} + 2,34^{1,27}$;
 - б) $\frac{\ln(6,93^3 + 4,5)}{\sqrt{34,8}}$

Вариант 2

1. По какой причине в вычислениях следует избегать вычитания близких по величине чисел?
2. Произведите указанные действия и определите абсолютные и относительные погрешности результатов:
 - a) $224,1 - 0,0987$;
 - б) $34,16 + 1,8$;
 - в) $1,65 \cdot 29,874$
 - г) $824,6 / 2,81$
3. Исходные значения аргумента заданы цифрами, верными в строгом смысле. Произведите вычисления и определите число верных в строгом смысле цифр в следующих значениях элементарных функций:
 - a) $\lg(8,45)$;
 - б) $e^{2,34}$
4. Вычислите значения заданных выражений по правилам подсчета цифр двумя способами:

- 3) С пооперационным анализом результатов;
- 4) С итоговой оценкой окончательного результата (у числовых данных все цифры верные):

$$a) \frac{\sqrt[4]{26,47}}{e^{3,95} - 7,8^3} + \operatorname{tg}(2,34);$$

$$б) \frac{\cos(6,93^3 + 4,5)}{\sqrt[3]{34,8}}$$

Вариант 1

1. У значений $a = 4,583$ и $b = 14,73$ все цифры верны в строгом смысле. Вычислите значения заданных выражений со строгим учетом границ погрешностей двумя способами:

- 1) С пооперационным учетом границ погрешностей;
- 2) С итоговой оценкой точности результата:

$$a) \frac{a+b}{\ln(a^2+b^2)};$$

$$b) \frac{e^{a+0,5}}{\cos(b)}$$

2. У значений $a = 4,583$ и $b = 14,73$ все цифры верны в строгом смысле. Вычислите значения заданных выражений по методу границ:

$$a) \frac{a+b}{\ln(a^2+b^2)};$$

$$b) \frac{e^{a+0,5}}{\cos(b)}$$

3. В чем основное отличие метода границ от вычислений по методу строгого учета границ погрешностей?
4. Составьте программы и вычислите на компьютере значения величины Z при заданных значениях a , b и c с двумя способами по методам:
 - 1) Строгого учета границ абсолютных погрешностей;
 - 2) Границ.

Вариант 2

1. У значений $a = 9,593$ и $b = 14,73$ все цифры верны в строгом смысле. Вычислите значения заданных выражений со строгим учетом границ погрешностей двумя способами:

- 1) С пооперационным учетом границ погрешностей;
- 2) С итоговой оценкой точности результата:

$$a) \frac{a+b}{\operatorname{tg}(a^3+b^2)};$$

$$b) \frac{e^{a+0,5}}{\cos(a)}$$

2. У значений $a = 9,593$ и $b = 14,73$ все цифры верны в строгом смысле. Вычислите значения заданных выражений по методу границ:

$$a) \frac{a+b}{\operatorname{tg}(a^3+b^2)};$$

$$b) \frac{e^{a+0,5}}{\cos(a)}$$

3. В чем основное отличие метода границ от вычислений по методу строгого учета границ погрешностей?
4. Составьте программы и вычислите на компьютере значения величины Z при заданных значениях a , b и c с двумя способами по методам:
 - 1) Строгого учета границ абсолютных погрешностей;
 - 2) Границ.

Вариант 1

1. Сформулировать алгоритм нахождения корней нелинейных уравнений:
 - a) методом половинного деления;
 - b) методом итерации.
2. Найти корень нелинейного уравнения $x^3 - x - 0.2 = 0$ с помощью MS Excel:
 - a) методом половинного деления;
 - b) методом итерации.
3. Написать программу, находящую корни нелинейного уравнения, на языке PascalABC:
 - a) методом половинного деления;
 - b) методом итерации.

Вариант 2

1. Сформулировать алгоритм нахождения корней нелинейных уравнений:
 - a) методом половинного деления;
 - b) методом итерации.
2. Найти корень нелинейного уравнения $x^3 - x - 0.2 = 0$ с помощью MS Excel:
 - a) методом половинного деления;
 - b) методом итерации.
3. Написать программу, находящую корни нелинейного уравнения, на языке PascalABC:
 - a) методом половинного деления;
 - b) методом итерации.

Вариант 1

1. Сформулировать алгоритм нахождения корней нелинейных уравнений:
 - a) методом касательных;
 - b) методом хорд;
 - c) комбинированным методом хорд и касательных.
2. Найти корень нелинейного уравнения $x^3 - x - 0.2 = 0$ с помощью MS Excel:
 - a) методом касательных;
 - b) методом хорд;
 - c) комбинированным методом хорд и касательных.
3. Написать программу, находящую корни нелинейного уравнения, на языке PascalABC:
 - a) методом касательных;
 - b) методом хорд;
 - c) комбинированным методом хорд и касательных.

Вариант 2

1. Сформулировать алгоритм нахождения корней нелинейных уравнений:
 - a) методом касательных;

- b) методом хорд;
 - c) комбинированным методом хорд и касательных.
2. Найти корень нелинейного уравнения $x^3 - x - 0.2 = 0$ с помощью MS Excel:
- a) методом касательных;
 - b) методом хорд;
 - c) комбинированным методом хорд и касательных.
3. Написать программу, находящую корни нелинейного уравнения, на языке PascalABC:
- a) методом касательных;
 - b) методом хорд;
 - c) комбинированным методом хорд и касательных.

Вариант 1

1. Сформулировать алгоритм нахождения корней системы линейных уравнений:
- a) методом Гаусса;
 - b) методом простой итерации.
- a) Найти корни системы линейных уравнений
- $$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1; \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2; \\ 1,1x_1 - x_2 - 0,5x_3 = 0,2. \end{cases}$$
- с помощью MS Excel:
- a) методом Гаусса;
 - b) методом простой итерации.
- b) Написать программу, находящую корни системы линейных уравнений, на языке PascalABC:
- a) методом Гаусса;
 - b) методом простой итерации.

Вариант 2

1. Сформулировать алгоритм нахождения корней системы линейных уравнений:
- a) методом Гаусса;
 - b) методом простой итерации.
2. Найти корни системы линейных уравнений
- $$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 = -2; \\ 2x_1 + 1,2x_2 - 4,3x_3 = -1,1; \\ -6x_1 + 3,3x_2 + 2x_3 = -0,7. \end{cases}$$
- с помощью MS Excel:
- a) методом Гаусса;
 - b) методом простой итерации.
3. Написать программу, находящую корни системы линейных уравнений, на языке PascalABC:
- a) методом Гаусса;
 - b) методом простой итерации.

Вариант 3

1. Сформулировать алгоритм нахождения корней системы линейных уравнений:
- a) методом Гаусса;
 - b) методом простой итерации.
2. Найти корни системы линейных уравнений
- $$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 1,4x_3 = -0,6; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 2; \\ 2,1x_1 - x_2 - 2x_3 = 2,3. \end{cases}$$
- с помощью MS Excel:
- a) методом Гаусса;
 - b) методом простой итерации.

3. Написать программу, находящую корни системы линейных уравнений, на языке PascalABC:
 - a) методом Гаусса;
 - b) методом простой итерации.

Вариант 4

1. Сформулировать алгоритм нахождения корней системы линейных уравнений:
 - a) методом Гаусса;
 - b) методом простой итерации.
2. Найти корни системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 1,5x_1 - 5x_2 - 2x_3 = 0; \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1; \\ 5x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 3. \end{cases}$$

с помощью MS Excel:

- a) методом Гаусса;
 - b) методом простой итерации.
3. Написать программу, находящую корни системы линейных уравнений, на языке PascalABC:
 - a) методом Гаусса;
 - b) методом простой итерации.

Вариант 1

1. Сформулировать алгоритм нахождения корней системы линейных уравнений методом Зейделя.
2. Найти корни системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1; \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2; \\ 1,1x_1 - x_2 - 0,5x_3 = 0,2. \end{cases}$$

с помощью MS Excel методом Зейделя.

3. Написать программу, находящую корни системы линейных уравнений, на языке PascalABC методом простой итерации.

Вариант 2

1. Сформулировать алгоритм нахождения корней системы линейных уравнений методом Зейделя.
2. Найти корни системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 = -2; \\ 2x_1 + 1,2x_2 - 4,3x_3 = -1,1; \\ -6x_1 + 3,3x_2 + 2x_3 = -0,7. \end{cases}$$

с помощью MS Excel методом Зейделя.

3. Написать программу, находящую корни системы линейных уравнений, на языке PascalABC методом Зейделя.

Вариант 1

1. Сформулировать алгоритм интерполирования функций интерполяционным многочленом Лагранжа.
2. Для функции, заданной таблицей:

x	0,2143	0,2572	0,3269	0,4282	0,5657
f(x)	4,3002	4,2037	4,0830	3,9946	4,0603

- a) составьте интерполяционный многочлен Лагранжа. Произведите проверку полученного результата, вычислив и сопоставив узловые значения функции;
- b) вычислите значения этой функции в точке 0,25, используя программу Excel.

3. Составьте программу, вычисляющую значения функции с помощью интерполяционной формулы Лагранжа на языке PascalABC.

Вариант 2

1. Сформулировать алгоритм интерполирования функций интерполяционным многочленом Лагранжа.

2. Для функции, заданной таблицей:

x	1,2214	1,3802	1,5872	1, 8571	2,2099
f(x)	16,7391	18,0820	20,0003	22,7888	26,9367

а) составьте интерполяционный многочлен Лагранжа. Произведите проверку полученного результата, вычислив и сопоставив узловые значения функции;

б) вычислите значения этой функции в точке 1,45, используя программу Excel.

3. Составьте программу, вычисляющую значения функции с помощью интерполяционной формулы Лагранжа на языке PascalABC.

Вариант 1

1. Сформулировать алгоритм интерполирования функций:

а) первой интерполяционной формулой Ньютона;

б) второй интерполяционной формулой Ньютона.

2. Для функции, заданной таблицей:

x	2	2,14	2,28	2,42	2,56
f(x)	1,1293	1,2814	1,4407	1,6066	1,7784

а) составьте первую и вторую интерполяционные формулы Ньютона. Произведите проверку полученного результата, вычислив и сопоставив узловые значения функции;

б) вычислите значения этой функции в точках 2,09 и 2,45, используя программу Excel.

3. На языке PascalABC составьте программу субтабулирования:

а) по первой интерполяционной формуле Ньютона;

б) по второй интерполяционной формуле Ньютона на языке PascalABC.

Вариант 2

1. Сформулировать алгоритм интерполирования функций:

а) первой интерполяционной формулой Ньютона;

б) второй интерполяционной формулой Ньютона.

2. Для функции, заданной таблицей:

x	0,5	1,01	1,52	2,03	2,54
f(x)	0,4994	1,0049	1,5025	1,9883	2,4585

а) составьте первую и вторую интерполяционные формулы Ньютона. Произведите проверку полученного результата, вычислив и сопоставив узловые значения функции;

б) вычислите значения этой функции в точках 0,8 и 2,05, используя программу Excel.

3. На языке PascalABC составьте программу субтабулирования:

а) по первой интерполяционной формуле Ньютона;

б) по второй интерполяционной формуле Ньютона на языке PascalABC.

Текст задания

Вариант 1

1. Сформулировать алгоритм:
 - а) интерполирования функций кубическим сплайном;
 - б) экстраполирования функций.
2. Постройте кубический сплайн для функции $y=f(x)$, заданной таблицей:

x	2	4	6	8
y	3	-2	5	-1

3. Для таблично заданной функции:

x	0,5	1,01	1,52	2,03	2,54
f(x)	1,5576	0,3570	0,0653	0,0080	0,0006

методом экстраполяции с помощью интерполяционных формул Ньютона вычислите значения функции соответственно в точках 1,61 и 1,68.

Вариант 2

1. Сформулировать алгоритм:
 - а) интерполирования функций кубическим сплайном;
 - б) экстраполирования функций.
2. Постройте кубический сплайн для функции $y=f(x)$, заданной таблицей

x	3	5	7	9
y	5	-1	4	-3

3. Для таблично заданной функции:

x	2	2,14	2,28	2,42	2,56
f(x)	1,1293	1,2814	1,4407	1,6066	1,7784

методом экстраполяции с помощью интерполяционных формул Ньютона вычислите значения функции соответственно в точках 1,61 и 2,68.

Вариант 1

1. Сформулировать алгоритм нахождения приближенного значения интеграла:
 - а) по формуле левых прямоугольников;
 - б) по формуле правых прямоугольников;
 - с) по формуле средних прямоугольников;

2. Найти приближенное значение интеграла $I = \int_{0,2}^{0,5} f(x)dx$, где $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$:

- а) по формуле левых прямоугольников с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$;
 - б) по формуле правых прямоугольников с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$;
 - с) по формуле средних прямоугольников с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.
3. Составьте программу интегрирования на языке PascalABC:
 - а) по формуле левых прямоугольников;
 - б) по формуле правых прямоугольников;
 - с) по формуле средних прямоугольников.

Вариант 2

1. Сформулировать алгоритм нахождения приближенного значения интеграла:
 - а) по формуле левых прямоугольников;
 - б) по формуле правых прямоугольников;
 - с) по формуле средних прямоугольников;

2. Найти приближенное значение интеграла $I = \int_{0,3}^{0,8} f(x)dx$, где $f(x) = \frac{\cos(x)}{x}$:
- по формуле левых прямоугольников с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$;
 - по формуле правых прямоугольников с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$;
 - по формуле средних прямоугольников с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.
3. Составьте программу интегрирования на языке PascalABC:
- по формуле левых прямоугольников;
 - по формуле правых прямоугольников;
 - по формуле средних прямоугольников.

Вариант 1

1. Сформулировать алгоритм нахождения приближенного значения интеграла:
- по формуле трапеций;
 - по формуле Симпсона.
2. Найти приближенное значение интеграла $I = \int_{0,2}^{0,5} f(x)dx$, где $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$:
- по формуле трапеций с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$;
 - по формуле Симпсона с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$;
3. Составьте программу интегрирования на языке PascalABC:
- по формуле трапеций;
 - по формуле Симпсона.

Вариант 2

1. Сформулировать алгоритм нахождения приближенного значения интеграла:
- по формуле трапеций;
 - по формуле Симпсона.
2. Найти приближенное значение интеграла $I = \int_{0,3}^{0,8} f(x)dx$, где $f(x) = \frac{\cos(x)}{x}$:
- по формуле трапеций с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$;
 - по формуле Симпсона с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$;
3. Составьте программу интегрирования на языке PascalABC:
- по формуле трапеций;
 - по формуле Симпсона.

Вариант 1

1. Сформулировать алгоритм решения обыкновенного дифференциального уравнения:
- методом Эйлера;
 - усовершенствованным методом ломаных;
 - методом Эйлера-Коши.
2. Найти с помощью программы Excel приближенные значения решения обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) $y' - \frac{y}{1-x^2} = x+1$ на отрезке $x \in [0; 1,5]$ с шагом $h=0,1$ при начальном условии $y(0) = 1$, используя
- метод Эйлера;
 - усовершенствованный метод ломаных;
 - метод Эйлера-Коши.
3. Написать программу решения обыкновенного дифференциального уравнения на языке PascalABC, используя:

- a) метод Эйлера;
- b) усовершенствованный метод ломаных;
- c) метод Эйлера-Коши.

Вариант 2

1. Сформулировать алгоритм решения обыкновенного дифференциального уравнения:
 - a) методом Эйлера;
 - b) усовершенствованным методом ломаных;
 - c) методом Эйлера-Коши.
2. Найти с помощью программы Excel приближенные значения решения обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{1,5}}$ на отрезке $x \in [0,3;1,9]$ с шагом $h=0,1$ при начальном условии $y(0,3) = 0,9$, используя
 - a) метод Эйлера;
 - b) усовершенствованный метод ломаных;
 - c) метод Эйлера-Коши.
3. Написать программу решения обыкновенного дифференциального уравнения на языке PascalABC, используя:
 - a) метод Эйлера;
 - b) усовершенствованный метод ломаных;
 - c) метод Эйлера-Коши.

Вариант 1

1. Сформулировать алгоритм решения обыкновенного дифференциального уравнения:
 - a) методом Эйлера с уточнением;
 - b) методом Рунге-Кутты четвертого порядка.
2. Найти с помощью программы Excel приближенные значения решения обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) $y' - \frac{y}{1-x^2} = x+1$ на отрезке $x \in [0;1,5]$ с шагом $h=0,1$ при начальном условии $y(0) = 1$, используя:
 - a) метод Эйлера с уточнением;
 - b) метод Рунге-Кутты четвертого порядка.
3. Написать программу решения обыкновенного дифференциального уравнения на языке PascalABC, используя:
 - a) метод Эйлера с уточнением;
 - b) метод Рунге-Кутты четвертого порядка.

Вариант 2

1. Сформулировать алгоритм решения обыкновенного дифференциального уравнения:
 - a) методом Эйлера с уточнением;
 - b) методом Рунге-Кутты четвертого порядка.
2. Найти с помощью программы Excel приближенные значения решения обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{1,5}}$ на отрезке $x \in [0,3;1,9]$ с шагом $h=0,1$ при начальном условии $y(0,3) = 0,9$, используя:
 - a) метод Эйлера с уточнением;
 - b) метод Рунге-Кутты четвертого порядка.
3. Написать программу решения обыкновенного дифференциального уравнения на языке PascalABC, используя:
 - a) метод Эйлера с уточнением;

- b) метод Рунге-Кутты четвертого порядка.

Текст задания

Вариант 1

1. Сформулировать алгоритм поиска минимума функции одной переменной:
 - a) методом дихотомии;
 - b) методом золотого сечения.
2. Найти с помощью программы MS Excel минимум функции $y = 1 - x^2 e^{-x}$ на отрезке $x \in [0; 5]$, используя:
 - a) метод дихотомии;
 - b) метод золотого сечения.
3. Написать программу, осуществляющую поиск минимум функции одной переменной на языке PascalABC, используя:
 - a) метод дихотомии;
 - b) метод золотого сечения.

Вариант 2

1. Сформулировать алгоритм поиска минимума функции одной переменной:
 - a) методом дихотомии;
 - b) методом золотого сечения.
2. Найти с помощью программы MS Excel минимум функции $y = 1 - x^3 e^{-x}$ на отрезке $x \in [0; 5]$, используя:
 - c) метод дихотомии;
 - d) метод золотого сечения.
3. Написать программу, осуществляющую поиск минимум функции одной переменной на языке PascalABC, используя:
 - c) метод дихотомии;
 - d) метод золотого сечения.

Текст задания

Вариант 1

1. Сформулировать алгоритм минимизации функции многих переменных:
 - a) методом покоординатного спуска;
 - b) методом наискорейшего спуска.
2. Найти с помощью программы MS Excel минимум функции $y = \frac{1}{4}x^2 + y^2 - \frac{1}{2}x + 2y + 3$, используя:
 - a) метод покоординатного спуска;
 - b) метод наискорейшего спуска.
3. Написать программу, осуществляющую поиск минимум функции многих переменных на языке PascalABC, используя:
 - a) метод покоординатного спуска;
 - b) метод наискорейшего спуска.

Вариант 2

1. Сформулировать алгоритм минимизации функции многих переменных:
 - a) методом покоординатного спуска;
 - b) методом наискорейшего спуска.
2. Найти с помощью программы MS Excel минимум функции $y = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{7}y^2 - \frac{1}{2}x + 3y + 2$, используя:
 - a) метод покоординатного спуска;
 - b) метод наискорейшего спуска.
3. Написать программу, осуществляющую поиск минимум функции многих переменных на языке PascalABC, используя:
 - a) метод покоординатного спуска;
 - b) метод наискорейшего спуска.

Контрольные вопросы

1. Приближенные числа и действия над ними.
2. Приближенные значения. Абсолютная и относительная погрешность. Верные и значащие цифры.
3. Представление чисел в ЭВМ. Вычисление погрешностей арифметических действий.
4. Учет погрешностей вычислений по заданной формуле. Вычисления по правилам подсчета цифр.
5. Вычисления со строгим учетом предельных абсолютных погрешностей.
6. Вычисления по методу границ.
7. Отделение и уточнение корня уравнения методом половинного деления.
8. Метод простой итерации для решения уравнений.
9. Нахождение корня уравнения методом касательных.
10. Нахождение корня уравнения методом хорд.
11. Нахождение корня уравнения методом хорд и касательных.
12. Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) численными методами. Метод Гаусса.
13. Метод простой итерации для системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

14. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
15. Первая интерполяционная формула Ньютона.
16. Вторая интерполяционная формула Ньютона.
17. Экстраполирование функций.
18. Численное интегрирование. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
19. Численное интегрирование. Формулы трапеций.
20. Численное интегрирование. Формула Симпсона.
21. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.
22. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты.
23. Численное решение задач оптимизации.
24. Поиск минимума функции одной переменной.
25. Поиск минимума функции многих переменных.

Контрольные задания

1. Составьте программу интегрирования по формуле Симпсона с использованием оценки точности методом повторного счета.
2. Функция $y = 1 - x^2 e^{-x}$ имеет единственный минимум на отрезке $[0; 5]$. Найдите его методом дихотомии с точностью до $1 \cdot 10^{-5}$.
3. Дан интеграл $I = \int_{0,1}^{0,485} \frac{\sin(x)}{x}$. Найдите приближенное значение интеграла I по формуле трапеций и Симпсона с точностью до 10^{-3} .
4. Решите методом Эйлера дифференциальное уравнение $y' = \cos y + 3x$ с начальным значением $y(0) = 1,3$ на отрезке $[0; 1]$, приняв шаг $h=0,2$.
5. Уточните корень уравнения $\sin(2x) - \ln(x) = 0$ методом половинного деления на отрезке $[1,3; 1,5]$ с точностью до $1 \cdot 10^{-4}$.
6. Вычислите интеграл $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ по формуле Симпсона, разделив отрезок $[0; 1]$ на 10 равных частей. Оцените погрешность вычислений.
7. Функция $y = 1 - x^2 e^{-x}$ имеет единственный минимум на отрезке $[0; 5]$. Найдите его методом золотого сечения с точностью до $1 \cdot 10^{-5}$.
8. В результате пятикратных измерений периода колебаний маятника студент получил результаты (в секундах): 4,8; 5; 4,9; 4,8 и 5. Основываясь на этих результатах установите наилучшее приближение значения периода и его границы абсолютной и относительной погрешностей.
9. В результате измерения длины стола линейкой сантиметровыми делениями установлено, что значение длины находится между делениями 99 и 100 см. Укажите границы абсолютной и относительной погрешностей значений длины, если за наилучшее приближение принято ее среднее значение 99,5 см.
10. Дана функция, заданная таблицей

x	2	2,14	2,28	2,42	2,56	2,7	2,84
y	7,27	7,72	7,89	7,74	7,2	76,23	4,79

Вычислите значение этой функции в точке 2,6, используя схему ручных вычислений по интерполяционной формуле Ньютона.

11. Составьте программу интегрирования по формуле трапеций с использованием оценки точности методом повторного счета.
12. Уточните корень уравнения $\sin(2x) - \ln(x) = 0$ методом простой итерации на отрезке $[1,3; 1,5]$ с точностью до $1 \cdot 10^{-4}$.

13. Вычислите интеграл $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ по формуле трапеций, разделив отрезок $[0; 1]$ на 5 равных частей. Оцените погрешность вычислений.

14. Дана функция, заданная таблицей

x	0,12	2,32	2,83	4,57	6,39
y	-4,29	0,38	2,93	3,72	1,23

Вычислите значение этой функции в точке 1,36, используя схему ручных вычислений по формуле Лагранжа.

15. Произведите указанные действия и определите абсолютные и относительные погрешности результатов (исходные числа заданы верными в строгом смысле цифрами):

а) $24,37 - 9,18$;

б) $18,437 + 24,9$;

в) $0,65 \cdot 1984$

г) $8124,6 / 2,9$

16. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 = -2; \\ 2x_1 + 1,2x_2 - 4,3x_3 = -1,1; \\ -6x_1 + 3,3x_2 + 2x_3 = -0,7. \end{cases}$$

методом простой итерации с помощью программы для ЭВМ.

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно